

Renforcer le processus de souscription en assurance collective : une approche par l'algorithme GS

Strengthening the under writing process in group insurance: an approach using the GS algorithm

SCHOUAME EBENEZER SYLVAIN BENJAMIN FERDINAND

Enseignant chercheur
Faculté des sciences économiques et de gestion
Université de Yaoundé II - Cameroun
Laboratoire d'économie publique
schouame@yahoo.fr

MBOMEYO Alain Ludovic

Doctorant
Faculté des sciences économiques et de gestion
Université de Yaoundé II - Cameroun
Laboratoire d'économie publique
Mbomeyoalain04gmail.com

Date de soumission : 08/08/2023

Date d'acceptation : 22/11/2023

Pour citer cet article :

SCHOUAME.E.S & MBOMEYO.A. « Renforcer le processus de souscription en assurance collective : une approche par l'algorithme GS », Revue Française d'Économie et de Gestion, Volume 4 : Numéro 12 pp :1 – 26.

Author(s) agree that this article remain permanently open access under the terms of the Creative Commons

Attribution License 4.0 International License



Résumé

Bien que l'assurance collective permette de mutualiser les risques pour un groupe d'agents, elle ne permet pas en toute circonstance d'éviter les risques de souscription. Cet article se propose de montrer comment renforcer le processus de souscription dans les contrats en assurance collective en introduisant des contraintes supplémentaires sur les assurés. Le mécanisme d'appariement de Gale et Shapley utilisé montre que, malgré la rigidité (la réduction du pouvoir d'appariement) de l'algorithme, lorsque le privilège est accordé aux assureurs, la taille du marché en assurance groupe est un atout de renforcement du processus de souscription au contrat collectif. La multiplication des contraintes sur les types d'agents conduit dans l'algorithme GS, à des appariements instables. Des conditions supplémentaires sont nécessaires pour retrouver la stabilité des appariements. Par ailleurs, dans le marché de l'assurance groupe, l'algorithme GS doit uniquement privilégier les assurés pour produire des appariements communément plus optimaux aux différentes parties.

Mots clés : « assurance collective »; « algorithme »; « appariement »; « stabilité », « optimalité ».

Abstract

Although group insurance allows risks to be pooled for a group of agents, it does not in all circumstances allow underwriting risks to be avoided. This article sets out to show how the underwriting process can be strengthened in group insurance contracts by introducing additional constraints on policyholders. The Gale and Shapley matching mechanism used shows that, despite the rigidity (the reduction in matching power) of the algorithm, when the privilege is granted to insurers, the size of the group insurance market is an asset that strengthens the group insurance underwriting process. In the GS algorithm, the multiplication of constraints on agent types leads to unstable matches. Additional conditions are required to restore the stability of the matches. Furthermore, in the group insurance market, the GS algorithm must only favor the policyholders in order to produce matches that are commonly more optimal for the different parties.

Keywords : “group insurance”; “algorithm”; “matching”; “stability”; “optimality”.

Introduction

Conscient des risques qui nous concernent à l'échelle mondiale, le Forum Economique Mondial publie annuellement, depuis plusieurs années, un rapport sur la perception de ces risques (World Economic Forum, 2019)¹. Le risque et la gestion du risque sont au cœur des préoccupations de la société moderne. Le risque, à savoir l'éventualité qu'un événement défavorable se réalise, fait depuis toujours partie de notre quotidien. La conscience du risque et de sa gestion a permis une meilleure appréhension du futur dans un monde rempli d'incertitudes. Tout individu, organisation, entreprise ou collectivité publique doit, d'une manière ou d'une autre gérer ses risques. La gestion du risque vise à limiter l'occurrence d'événements défavorables et à minimiser les conséquences lorsqu'ils se produisent. Ainsi, la gestion du risque gagne en importance dans les entreprises comme dans la société en général. Néanmoins, il est bien évident que l'exposition au risque et les moyens à mettre en œuvre ne sont pas les mêmes lorsqu'il s'agit d'une personne privée, d'une entreprise (internationale) ou encore d'un Etat. Ramenée à l'échelle microéconomique, l'exposition au risque d'une entreprise, et principalement la mauvaise gestion des risques est sans doute l'une des causes du dysfonctionnement de certaines entreprises dans les secteurs d'activités. Avec le temps, la maîtrise exponentielle de l'outil informatique a permis aux entreprises de bénéficier d'un arsenal de mécanismes liés au contrôle des risques. Ceux-ci leurs permettent ainsi de poursuivre avec moins d'inquiétudes le développement des activités.

Toutefois il n'est pas exclu que la technologie mise à la disposition de l'entreprise, aussi performante soit-elle, s'avère insuffisante voir inefficace face à un certain nombre de risques. Ces insuffisances d'abord technologiques et managériales ensuite, font souvent naître des récessions (financières) légères mais qui parfois peuvent conduire à la mort de l'entreprise. Pour mieux prévenir les situations d'instabilité, l'entreprise use souvent d'une aide extérieure. Cette aide qui lui est apportée peut provenir de l'expertise individuelle ou collective.

Parmi les sources d'aide collective, les compagnies d'assurances se voient attribuer le rôle d'expert en matière d'évaluation des risques à conséquences financières qu'encourent des entreprises ou des personnes individuelles. En effet, les compagnies d'assurances ont fait de la consolidation du risque leur activité propre. Elles proposent à l'entrepreneur des paradigmes de

¹ On peut citer entre autres, les Risques environnementaux, les Risques technologiques, les Risques sociétaux, les Risques géopolitiques, les Risques économiques. Le lecteur intéressé pourra consulter les résultats du sondage du Forum Economique Mondial repris par Wagner, J et Fuino, M ((2022). Ces auteurs esquissent une cartographie générale en l'illustrant avec quelques risques choisis.

protection contre un ou plusieurs types de risques. L'entrepreneur donne alors son accord en achetant le(s) contrat(s) d'assurance en fonction de ses besoins sécuritaires et de ses moyens financiers. Un contrat est un transfert de *confiance* entre les parties prenantes. Sa valeur repose sur la capacité à procurer concomitamment à toutes les parties, une plus grande utilité par rapport à celle tirée dans le cas où elles auraient agi seules.

Avec les conflits commerciaux et politico-étatiques, des mouvements de grève (grandissants), des caprices géographiques de plus en plus agressifs, des progrès scientifiques (qui exposent davantage la santé humaine), du développement rapide des technologies de l'information et de la communication (TIC) qui agrandit le champ de déploiement de la cybercriminalité tout en favorisant la circulation anarchique de l'information, les dangers se présentent sous de nouvelles formes dans tous les secteurs et domaines d'activités. Malgré cela, certains agents économiques sont encore fortement réticents à l'achat d'un contrat d'assurances. D'autres au contraire, mettent un terme spontané au contrat sans avoir pris du temps à évaluer les répercussions que pourrait susciter cette décision. Ces situations deviennent bouleversantes pour les assureurs. Ils doivent dès lors, trouver les meilleures réponses pour produire des services de qualité afin de garder la confiance des assurés et en même temps susciter l'intérêt des autres (Nelli, 1972).

De même, malgré leur capacité d'innovation et leur habileté à maîtriser les charges liées à la production, les filières numériques et industrielles proposent de nouveaux produits avec une qualité constamment améliorée. Malheureusement dans ces mêmes filières, l'application des mesures de sécurité et de décence dans le travail du salarié tardent à suivre (Dionne, 2013). Le manque d'une cohésion exacte entre le renforcement des mesures de sécurité au travail et le développement des moyens de production, expose continuellement les travailleurs et les employeurs aux sinistres d'un genre nouveau. Cela appelle à une révision des méthodes de contenance du risque utilisées par les compagnies d'assurance, et même à une réévaluation des mécanismes de souscription et de partage du risque entre les assureurs. Dans le secteur de l'assurance, la souscription fait référence à l'évaluation du risque lié à la fourniture d'une couverture à un client potentiel.

Pour procurer des résolutions satisfaisantes à la demande des assurés, les compagnies d'assurance doivent chercher à apporter des innovations aux mécanismes de traitement des risques en permanence. Dépassant ainsi les pratiques actuelles, elles doivent désormais proposer à la clientèle des modèles de gestion des risques s'adaptant aux différentes politiques publiques et/ou privées (conjoncturelles ou structurelles), afin que tout agent ou groupe

d'agents sociaux bénéficie d'une couverture et que celle-ci soit efficace. Une couverture est efficace pour un groupe si elle procure à chaque individu appartenant à ce groupe un niveau élevé d'utilité. C'est une condition minimale de rationalité.

Si le renforcement des mesures de sécurité au travail est un sentiment communément partagé par l'ensemble des salariés de l'entreprise, en revanche, la question de souscription au contrat d'assurance collectif le reste moins. Une assurance collective appelée aussi assurance de groupe est souscrit par l'employeur au profit de de ses employés. Le type de protections à couvrir, le montant d'assurance (la prime) et les modifications au régime peuvent être décidés entre le preneur du contrat (personne souscrivant l'assurance sans pour autant être bénéficiaire) et l'assureur (il prend les risques en contrepartie d'une prime d'assurance). A ce titre, La prime² (autrement dit la cotisation ou le coût de l'assurance) est calculée selon les caractéristiques ou l'expérience de l'ensemble du groupe. Ainsi, la prime est uniforme pour tous les membres assurés. Les garanties sont les mêmes pour tous et elles ne sont pas modulables. Le contrat d'assurance pour un groupe d'individus permet de mutualiser les différents risques (le taux d'assurance est peu dépendant de l'âge) et il permet d'obtenir des tarifs plus favorables pour toute la population salariée, grâce aux économies d'échelle réalisées et grâce à l'absence d'antisélection. Mais, avec la concurrence de l'assurance individuelle, l'assurance collective risque d'assurer les « mauvais risques ». C'est le problème de l'antisélection.

L'antisélection est due à un problème d'asymétrie d'information qui se déclare au moment de la signature d'un contrat (ex-ante) en assurance individuelle. L'asymétrie d'information prive la compagnie d'assurance de pouvoir proposer des primes différentes selon les types de risques. Les compagnies d'assurances ne connaissent qu'imparfaitement les qualités intrinsèques des individus qu'elles sont censées couvrir contre un certain nombre de risques. Ceci pose un réel problème. Si les compagnies fixent une prime d'assurance, supposée couvrir un risque moyen s'appliquant à l'ensemble de la population, elle s'expose à leur tour à un risque évident. L'assurance n'étant pas obligatoire, on peut raisonnablement penser que les « faibles risques », trouvant la prime moyenne très élevée, ne vont pas s'assurer, privant la compagnie de recettes attendues et nécessaires à son équilibre financier. A l'inverse, les dépenses engagées par celles et ceux qui ont décidé de s'assurer (les « hauts risques ») sont beaucoup plus importantes en volume et valeur, que celles retenues dans l'hypothèse d'un risque moyen. Un tel choix conduit

² La prime de risque est le montant (a) qu'un agent est prêt à payer au maximum pour se couvrir contre un risque ou (b) qu'un agent accepte de recevoir au minimum pour supporter un risque.

donc à la faillite du système. L'antisélection s'est traduite par l'impossibilité d'assurer un grand nombre de clients potentiels jugeant la prime d'assurance trop élevée par rapport au risque encouru.

De même, les économies d'échelle réalisées grâce à l'accroissement du périmètre font qu'en assurance collective, plus le nombre de salariés assurés est grand, plus la mutualisation des risques est importante, et donc, plus le tarif est favorable à l'entreprise souscriptrice. La mutualisation des risques permet à l'assureur de diminuer la volatilité de la sinistralité du portefeuille (compensation statique), c'est-à-dire que plus le nombre de têtes assurées est important, plus les compensations entre charges importantes de sinistralité et charges absentes ou faibles seront réalisables³. La prime payée est généralement une fonction croissante de l'espérance et de la volatilité de la sinistralité ; il est donc dans l'intérêt de l'entreprise adhérente de souscrire un contrat qui couvre le plus de têtes possible.

Cependant, posséder une assurance collective est une chose, posséder un plan d'assurance adapté et au meilleur prix en est une autre. Dans l'assurance de groupe, l'on ne prend pas en compte l'hétérogénéité des affiliés, les caractéristiques individuelles des personnes à assurer. Et, il se trouve que la définition actuelle des contrats de groupe tend à favoriser et à mieux satisfaire les désirs de quelques affiliés seulement. Habituellement pour répondre au problème de financement dans un groupe, les différents membres interviennent à un prorata soigneusement défini sur un nombre de critères.

Si en assurance individuelle la fréquence, la sévérité ou gravité et la probabilité de la survenue du sinistre sont globalement les facteurs retenus pour tarifier les primes des risques, en assurance collective sont fréquemment utilisés le salaire, le sexe et la situation familiale de chacun des membres du groupe (Delettre, 2006). Un regard particulier sur l'hétérogénéité de ces facteurs de tarification, conduit nécessairement à des interrogations sur *le principe de la solidarité intergénérationnelle*. Le fait de payer le même prix⁴ pourrait évidemment dans le contrat collectif, profiter qu'à une certaine qualité d'affiliés. Ce principe laisserait alors, les moins satisfaits dans l'obligation de taire et de ne pas exprimer leur potentielle contrariété du fait de la contrainte psycho-professionnelle⁵.

³ Est-ce que le fait d'avoir un grand nombre d'assurés permet à l'assureur d'obtenir des compensations entre les différents risques qu'il couvre ? La réponse est plutôt non. En fait, il s'agit plutôt d'une conséquence du théorème central limite, car il faut considérer des marges de sécurité et de profit, par exemple, pour que l'assurance fonctionne. Rappelons que le théorème central limite donne une indication sur la convergence en loi d'une suite de variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées vers la loi normale.

⁴ Les contrats collectifs sont mis en place de façon identique pour différents profils.

⁵ Pour un salarié, cette contrainte présente un caractère obligatoire à l'adhésion et d'affiliation au groupe

Comme tous les facteurs précédemment cités contribuent à laisser indifférent le prix à payer par membre du groupe, d'autres déterminants⁶ pourraient permettre d'amender au mieux le niveau d'utilité individuelle dans les contrats de groupe (Kron, 2019). Ces déterminants seraient de manière directe, liés à l'action du salarié pendant tout son statut de travailleur dans l'entreprise. Ils sont aussi dans une certaine mesure, facilement intégrables dans le processus de souscription de contrats. Enfin, ils sont favorables à la condition de transparence contractuelle (Pozzana, 2015).

Si l'action du salarié peut être parmi les plus grandes sources de vice pour l'entreprise, et si sa présence reste inévitable, alors la définition d'excellentes mesures de protection physique, morale, matérielle et financière devient une obligation pour les entrepreneurs de même que leurs substituts (Pozzana, 2015). L'éradication des incompréhensions lors de la souscription au contrat d'assurance⁷ devient ainsi, une condition nécessaire pour y parvenir. Puisque les compagnies d'assurance manquent à priori d'informations sur le groupe de population à assurer et la segmentation des contrats n'étant pas nécessairement assez fine par principe de mutualisation des risques, le risque de souscription en situation d'information imparfaite peut prendre beaucoup d'ampleur. Et ne doit pas être négligé. En effet, lors d'un appel d'offre, les compagnies d'assurance ne reçoivent pas d'information au tête par tête mais plutôt des données en moyenne. Il est donc important de connaître le plus tôt possible les erreurs de tarification et de remédier à celles-ci en modélisant autrement le risque à tarifier.

Pour la paire (employeur ; assureur), une solution apportée à ces préoccupations repose singulièrement sur un meilleur contrôle du risque de souscription via la structuration efficace des contrats groupes (Pierandrei, 2015). Moins nombreux et faciles à cartographier, le risque de souscription connaît une forte attraction au risque opérationnel. La gestion de cette relation serait favorable à la mise en place des plans de continuité d'activités (PCA) en cas de réalisation du sinistre dans l'entreprise.

Cet article se situe dans un contexte économique caractérisé par une internationalisation de la création et de la croissance des marchés, une multiplication des normes publiques et privées, une obligation de renforcement du champ sécuritaire (des sociétés et du personnel) et enfin un

⁶ Ce sont entre autre, le niveau de connaissances et le niveau de responsabilités du salarié. Ces déterminants constituent les contraintes supplémentaires à intégrer du côté des assurés d'une entreprise pour l'établissement des contrats efficaces.

⁷ On parle aussi de risque de souscription ou risque de perte de valeur liée aux fluctuations des parts à verser aux assurés.

désir ardent des administrateurs publics dans le monde à accorder davantage d'intérêt à la question de la couverture sociale (universelle).

Ce papier s'inscrit dans l'assurance de contrat de groupe. Un individu qui vient souscrire à une assurance peut cacher volontairement à la compagnie d'assurance les risques qu'elle encourt en l'admettant à la souscription d'un contrat privé. Ceci implique une évaluation de la tarification pas aisée ou alors faussée. Les risques sont nombreux et ne sont pas connus par la compagnie d'assurance. Or, la souscription collective vient corriger ce problème d'antisélection. Mais l'assurance collective prise par l'entreprise couvre-t-elle véritablement les risques réels des souscripteurs ? Le risque de souscription vient du fait que les compagnies d'assurance collective ne détiennent parfois à priori que des informations en moyenne sur le groupe assuré. La souscription collective doit refléter au mieux les caractéristiques de la population assurée. Le modèle de tarification doit permettre de déterminer comment obtenir une tarification en assurance collective la plus proche du groupe assuré comme si ce dernier était évalué en tarification individuelle. Il est donc souhaitable, pour conclure des contrats efficaces de prendre les préférences des parties concernées dans le programme de souscription (assurés au sein d'une entreprise, compagnies d'assurance), d'où la recherche de mécanisme de renforcement de la souscription en assurance collective.

Des observations relevées ci-dessus, différentes interrogations se posent. D'abord, comment renforcer le processus de souscription dans l'élaboration des contrats d'assurance collective ? Ensuite, existe-il encore un appariement stable et optimal lorsque les contraintes sur les types d'agents se multiplient ?

L'objectif de ce travail est de caractériser l'ensemble des contrats d'assurances collectives stables, optimaux et non manipulables qui renforce le processus de souscription, en introduisant des contraintes supplémentaires sur les assurés⁸. Afin d'apporter des réponses à cette problématique principale, le présent travail fait usage de la modélisation des problèmes d'appariement sans transfert d'utilité et en particulier, aux travaux de [Gale et Shapley \(1962\)](#). Le mécanisme d'appariement utilisé⁹ vise à mettre en relation une demande et une offre d'assurance qui se correspondent exactement, en vue de pallier aux risques encourus dans la

⁸ Il est question ici de tenir compte des préférences exprimées par les partis prenantes au contrat d'assurance.

⁹ Les marchés d'appariement se différencient essentiellement des marchés « classiques » par la présence de rigidités très fortes des deux côtés du marché. Dans l'analyse économique traditionnelle, les producteurs offrent un bien homogène, dans le sens où tous les producteurs offrent le même bien. Dans l'exemple du cas des internes en médecine et des hôpitaux, cela n'est pas le cas. Bien qu'il s'agisse in fine d'une place d'interne en médecine, les futurs médecins ne sont en général pas indifférents entre les places proposées par les différents hôpitaux : certaines institutions sont préférées à d'autres ([Forges, F., Haeringer, G. et Iehlé, V., 2013](#)).

signature des contrats d'assurance. Il s'agit ici définir un mécanisme d'appariement « satisfaisant » pour l'une ou l'autre des deux parties, l'assureur et le souscripteur (l'entreprise). Le modèle de Gale et Shapley donne une place prépondérante aux concepts de stabilité, suggérant ainsi qu'il s'agit du « concept d'équilibre » le plus approprié pour les problèmes d'appariement. L'optimalité et l'absence de manipulation sont également exigées. Concrètement, la non manipulabilité introduite dans notre modèle, viserait à inciter l'agent qui dispose d'une information privée (ici les salariés d'une entreprise) à prendre une décision optimale¹⁰ pour l'individu non informé (ici les compagnies d'assurance)¹¹.

L'article est structuré en trois sections. La première section présente la revue de la littérature. La seconde présente le cadre méthodologique du travail. La troisième section est consacrée à la présentation des résultats et des discussions.

1. Revue de la littérature

Pour les administrateurs publics, les managers et dans le secteur privé, la résolution du problème de la santé et de la sécurité au travail est encore aujourd'hui objet de multiples interrogations. Pour cela, avant chaque célébration de la journée internationale du travail (le 1^{er} Mai), les syndicats des travailleurs se réunissent et définissent une thématique centrale contenant un nombre de revendications des travailleurs.

Les mesures internes de prévoyance contre les risques opérationnels sont légions dans les grandes firmes mais, elles ne sont pas toujours suffisamment robustes pour garantir à chaque fois la sécurité escomptée. Ces mesures diffèrent généralement selon les secteurs d'activités mais, peuvent parfois être communes à certaines catégories d'entreprises. En agriculture nous avons par exemple: la formation répétée du personnel et la présence des délégués du personnel. En industrie nous avons le poste de coordinateur de la sécurité. Les conditions sécuritaires intra-firmes conduisent à quelques bons résultats. Malheureusement ces résultats sont pour la plupart non optimaux. Ceci amène, de nombreux entrepreneurs à solliciter le soutien et l'expertise extérieure auprès des compagnies d'assurances, pour que celles-ci les accompagnent et les assistent dans la définition des mécanismes de gestion des risques.

¹⁰ Dans notre modèle, il est exigé que l'ensemble des salariés d'une entreprise révèle leurs préférences sincères.

¹¹. Le problème est donc différent de celui rencontré dans le cas d'antisélection, ou l'individu non informé doit sélectionner un bon partenaire ou un bon produit.

Cet article s'intéresse à cet excellent consultant extérieur « *l'assurance* »¹². Si dans l'histoire l'origine du risque remonte à quatre siècles avant J-C, précisément dans la Mésopotamie, et si par ailleurs *le prêt à la grosse aventure*¹³ trouve son jalon au 13^e siècle dans les empires Grecs et Romains, cela atteste du sérieux que les employeurs et surtout les assureurs ont à accorder à la structuration des contrats d'assurance dans la manière d'administrer les risques.

De nombreux domaines de savoirs à l'instar des mathématiques, l'économie et la finance se sont attachés à proposer des modèles pouvant permettre d'étayer au mieux la compréhension et le contrôle du risque mais aussi le comportement des agents face au risque. Le développement de l'expression du risque dans la mathématique s'est le plus fait dans les domaines des probabilités, la statistique, la théorie des jeux, la mathématique financière, la théorie du chaos et la stochastique (Dumont, 2011).

Parmi les auteurs de référence nous avons John Von Neumann et Morgenstern (Poncet et Portait, 2009). Leur modèle sur la révélation des préférences par les individus, repose sur quatre principes des ordres de préférences individuelles la complétude, la transitivité, la continuité et l'indépendance. Markowitz (Poncet et Portait, 2009) via la théorie du portefeuille, a fondé son analyse sur l'hypothèse du partage d'un même horizon d'investissement et des anticipations homogènes¹⁴ entre tous les investisseurs.

Il suivra le modèle d'évaluation des actifs financiers *MEDAF* de Sharpe (1962) puis, Arbitrage Pricing Theorie (l'APT) de Cox et Ross (1976). Le modèle simple de Mossin (Bourlès, 2018) présente de manière simple la tarification des contrats d'assurance en supposant que tous les potentiels assurés sont exposés aux mêmes risques. D'autres travaux, notamment ceux de Pinhas (1981) et Bourlès (2018) améliorent les travaux de Mossin (1968) en ratifiant les bémols d'arrangement et de tarification dans les contrats d'assurance. Nous avons enfin, Rothschild et Stiglitz (1976) dont les travaux présentent à travers le principe de révélation de la théorie normative de l'agence, une aubaine de bonification du processus d'élaboration des contrats en assurance collective. Ce principe voudrait que tout résultat d'un contrat dans une organisation avec information décentralisée, puisse être mis en place par un mécanisme simple (qui n'est pas défini). C'est un mécanisme par lequel, chaque agent enverrait des messages contenant des

¹² Même s'il est reconnu aujourd'hui que les assurances ne sont pas les seules institutions concernées dans la gestion des risques.

¹³ C'est la pratique de couverture ancienne semblable à l'assurance moderne. Elle consistait pour un marchand, à aller auprès du banquier demander une couverture de sa marchandise et du bateau en cas de naufrage ou d'attaque des pirates.

¹⁴ C'est-à-dire qu'ils utilisent tous le même vecteur des rentabilités espérées et la même matrice des variances-covariances pour constituer leurs portefeuilles.

informations privées à un médiateur unique et chaleureux qui en retour, leur donnerait des conseils sur ce qu'ils doivent faire. Le processus indirect d'appariement sous-jacent à ce principe, se présente comme un atout non négligeable.

Malgré l'appréhension au moyen des probabilités individuelles, la considération de l'hétérogénéité des affiliés au contrat groupe reste relativement transparente. La valeur de la prime proposée dans ces modèles reste assez muette en ce sens qu'elle ne dévoile qu'à un niveau très faible, l'information relative à la contribution de chaque affilié dans la constitution de la prime de risque du groupe.

La faible importance accordée au squelette du groupe demandeur d'assurance lors de l'élaboration d'un contrat est une erreur fondamentale. L'ordre d'intégration des acteurs au sein de l'alliance est un paramètre non insignifiant. Il peut nous permettre de disposer d'une meilleure appréciation combinatoire du groupe et avoir une gamme de structures des contrats. L'ordre d'intégration est également un déterminant favorable à la définition des primes de risque en assurances groupe car il aide à qualifier le groupe.

De nombreuses études montrent une concentration accrue des accidents du travail et un élargissement du champ des risques encourus par les salariés des Très Petites entreprises (TPE). Or ces entreprises ne mènent pas de manière générale, une véritable politique de gestion des risques. Le management du risque requière souvent d'énormes ressources financières que cette catégorie d'entreprises ne dispose pas toujours à cause des contraintes économiques, politiques, sociales et culturelles qui entravent à leurs activités et à cause de leur main d'œuvre relativement peu qualifiée.

Si nous revenons sur le mécanisme d'appariement mentionné plus haut, son application dans des problèmes d'association des agents de différent type dans un marché n'est pas un fait nouveau. Par contre cette application connaît une grande avancée avec les travaux de Gale et Shapley en 1962 via la métaphore du mariage. Mais très vite en 1982, des réserves vont être apportées à l'algorithme GS. Il s'agit principalement de la réserve portant sur la possibilité de la construction du mécanisme GS. Cette réserve fondamentale découle des interrogations portant sur la sincérité des agents, sur le critère de stabilité de l'appariement et en fin sur le caractère optimum de l'appariement. Roth (1982) d'une part, montre qu'il n'existe pas de mécanisme stable qui soit non manipulable par les deux types d'agents. Par ailleurs il montre que, lorsqu'un mécanisme utilise l'algorithme GS, l'appariement qui en résulte est certes stable mais seuls les agents qui font les propositions sont incités à être sincères. On peut cependant se satisfaire d'un tel résultat. En premier lieu, même quand elle existe, la manipulation demeure

un exercice très difficile puisqu'elle requiert de la part du manipulateur, une connaissance précise des préférences des autres joueurs et du mécanisme. C'est notamment l'argument avancé par [Roth et Rothblum \(1999\)](#) pour justifier l'utilisation courante du mécanisme de Gale et Shapley. Dans le même esprit, [Ehlers \(2008\)](#) montre qu'il n'existe plus de possibilité de manipulation profitable si l'information disponible pour les agents est suffisamment limitée. [Kojma et Pathak \(2009\)](#) considèrent, eux, la taille du marché comme effet principal. Ils montrent que les incitations des agents pour ne pas déclarer leurs vraies préférences disparaissent à mesure que le nombre d'agents sur le marché croît.

[Kesten \(2010\)](#) décrit le type de tension qui existe si l'on prend également en compte le critère d'optimalité. Il montre qu'il n'est pas possible qu'un mécanisme d'appariement Pareto-domine le mécanisme de Gale et Shapley pour un type d'individus, tout en étant optimal et non manipulable pour les individus de ce type. Son résultat renforce l'idée que le mécanisme de Gale et Shapley, même s'il ne réunit pas simultanément la stabilité, l'optimalité et l'absence de manipulation stratégique, reste néanmoins difficile à surclasser sur la base de ces trois propriétés.

Suite à la contrainte des couples dans le marché du recrutement des internes dans les hôpitaux, en faisant une étude sur le mécanisme décentralisé, [Al-Ibrahim et al \(2005\)](#) finiront néanmoins par reconnaître l'efficacité de la théorie d'appariement via l'algorithme d'affectation différée. Ils sont précédés par [Abdulkadiroglu et Sonmez \(2003\)](#). Ces derniers ont en effet montré que la théorie d'appariement, dans le problème de la carte scolaire, mène à un résultat plus satisfaisant que le mécanisme qui était en place dans le cas de Boston. Cependant le fait de la non prise en compte de certains détails dans le raisonnement de l'algorithme d'affectation différée, demande des exercices sur le potentiel résultat que l'on obtiendrait dans une situation un peu plus normale.

Les questionnements relatifs à l'efficacité étendue de l'algorithme GS (1962) constitueront le fil conducteur de ce travail. Dans le cas particulier du marché de l'assurance, à partir de l'algorithme GS, nous étudierons le problème de la souscription au contrat collectif en assurance d'entreprise.

2. Méthodologie sur les modèles d'appariement sans transfert d'utilité

Les modèles d'appariement sans transferts d'utilité ont été utilisés dans divers contextes. Une littérature importante est consacrée à l'allocation d'étudiants entre établissements scolaires (ou universitaires). La plupart du temps, cependant, l'absence de transferts est une hypothèse trop forte ; elle proscrit notamment toute forme de tarification, mais aussi de versement

compensatoire. Appliquée au marché du mariage, par exemple, elle poserait qu'il est techniquement impossible à l'un des partenaires d'altérer les choix du ménage (en matière de consommation, épargne, offre de travail...) de façon à améliorer le bien-être de son conjoint, même s'il est prêt pour cela à diminuer sa propre utilité.

Si les modèles d'appariement sont utilisés en économie depuis plus d'un siècle, ils suscitent depuis quelques années un renouveau d'intérêt. Ce regain d'intérêt est lié au développement des approches dites collectives ([Chiapori, 1988, 1992 ; et Weiss 2012](#)) dans lesquelles le comportement des ménages est représenté comme un processus efficace dont le résultat dépend des « pouvoirs » respectifs des conjoints. Un avantage des modèles d'appariement étant précisément de permettre une endogénéisation de ces « 'pouvoirs », dans le cadre d'une approche d'équilibre.

Les modèles d'appariement ont été introduits en économie à la fin des années 1950, dans l'article de [Koopmans et Beckmann \(1957\)](#) pour une version en utilité transférable, et dans celui de [Gale et Shapley \(1962\)](#) en l'absence de transferts. Dans le cas bipartite, ils traitent d'un problème général : comment former des paires d'agents, chacun appartenant à une population donnée, en vérifiant un critère de stabilité. Cependant, dans un contexte d'utilité transférable, l'appariement est équivalent à un problème de transport optimal, dont l'histoire (en mathématiques) est beaucoup plus ancienne. Il est en général associé au nom de Gaspard Monge, il y a plus de deux cents ans ([Chiapori, 2012](#)).

Les économistes utilisent trois versions principales des modèles d'appariement. Dans toutes ces versions, on considère deux populations, en général hétérogènes ; on cherche à réaliser un appariement, c'est-à-dire à associer à chaque individu de la première population un individu (au plus) de la seconde et réciproquement. Les frictions sont négligées, ainsi que les problèmes informationnels ; on est dans une logique d'équilibre général, dans laquelle un changement marginal affectant un individu peut, à priori, se répercuter sur l'ensemble des agents, via les mécanismes d'équilibre. Le concept d'équilibre ne repose cependant pas sur la notion de prix (même comme certaines variables endogènes peuvent s'interpréter en ces termes), mais sur celle de stabilité. Un appariement est stable si : (i) aucun individu apparié ne préférerait rester seul, et (ii) on ne peut pas trouver deux individus qui préféreraient strictement être appariés ensemble plutôt que demeurer dans leur situation actuelle.-----

En pratique, on considère donc deux espaces métriques compacts, complets et séparables disons

par exemple X et Y , associés à des mesures F et G . Les espaces peuvent a priori être finis¹⁵. Un appariement définit une mesure μ sur l'espace produit $X \times Y$, dont les marginales respectives sont F et G . Enfin, pour fixer les idées, on se référera aux deux populations comme comprenant l'une des hommes, l'autre des femmes, et à l'appariement comme un mariage ; d'autres interprétations sont évidemment possibles (employeur et employé, compagnie d'assurance et assurés, prêteur et emprunteur, etc.). L'appariement de $x \in X$ avec $y \in Y$ crée un gain $U(x, y)$ pour x et $V(x, y)$ pour y . Ces utilités ne sont pas transférables ; il est impossible pour x d'accroître l'utilité de y en diminuant son utilité propre, et réciproquement. Dans ce contexte, on dispose d'une preuve constructive d'existence, due à Gale et Shapley, dans le cas de populations finies. L'unicité n'est pas garantie ; il existe en général plusieurs allocations stables, et leur ensemble a une structure de treillis (lattice).

Dans le modèle du mariage, le mécanisme de Gale et Shapley en faveur des hommes est non manipulable par les hommes¹⁶ (et de même, mutatis mutandis, pour les femmes) (Dubins et Freedman, 1981 ; Roth, 1982). Plus généralement, Dubins et Freedman (1981) montrent aussi que les hommes n'ont pas intérêt à manipuler le mécanisme de Gale et Shapley, même s'ils peuvent former des coalitions et modifier conjointement leurs préférences. Ce résultat implique qu'une manipulation profitable du mécanisme de Gale et Shapley ne peut provenir que du type d'individus qui ne fait pas de propositions, c'est-à-dire dans le modèle originelle de Gale et Shapley, des femmes.

2.1. Algorithme de Gale et Shapley (algorithme GS) (1962)-

2.1.1. Principe général

On définit deux ensembles distincts ayant un nombre fini d'éléments¹⁷. A partir de ces deux ensembles on cherche à former, à l'aide d'un mécanisme d'appariement des couples¹⁸ composés chacun d'un élément de chaque ensemble. Un appariement est une configuration possible des couples d'éléments de la population globale considérée. Un mécanisme

¹⁵On peut aussi concevoir des appariements d'espaces continus.

¹⁶ L'algorithme de Gale et Shapley, s'il est choisi comme mécanisme d'appariement apporte une réponse satisfaisante, en garantissant que le type d'individus favorisé par l'algorithme n'ait pas intérêt à mentir sur ses préférences.

¹⁷ Chaque élément d'un ensemble est caractérisé par une relation de préférence stricte, transitive et complète. En d'autres termes : On admet que (i) chaque élément d'un ensemble est capable d'ordonner des options qui lui sont proposées de celle qu'il préfère le plus à celle qu'il préfère le moins (préférence stricte), l'indifférence n'est pas admise ; (ii) chaque agent est rationnel, en ce sens qu'il choisira toujours l'option qui est classée au-dessus de toutes les autres (transitivité) et (iii) que chaque élément d'un ensemble est capable d'ordonner toutes les options qui lui sont proposées (la complétude).

¹⁸ On appelle couple ou affectation ou mariage tout duplet formé d'un élément de chaque ensemble.

d'appariement fait correspondre un appariement à chaque profil de préférences des éléments. Pour un profil de préférences quelconque, il n'y a à priori aucune raison de trouver un appariement qui satisfasse concomitamment tous les éléments. Un élément préféré entre tous par un élément, peut à son tour préférer un autre. La population globale est un ensemble formé de tous les éléments des deux ensembles finis. Cette configuration est un endomorphisme¹⁹. En effet, le modèle de Gale et Shapley (1962) est défini pour des situations de mariage. C'est la raison pour laquelle sont recherchés ici des couples, c'est-à-dire des sous-ensembles formés de deux éléments au plus. Cependant il est possible que les sous-ensembles recherchés soient composés de plus de deux éléments ; c'est la situation dans le marché des assurances présenté dans l'article.

Remarque 1 : chaque couple formé est tel qu'un élément soit respectivement le meilleur choix de l'autre. Pour un élément d'un ensemble, le meilleur choix est un élément de l'autre ensemble, classé premier selon son ordre de préférence.

L'enjeu est donc d'obtenir un accord qui satisfait « au mieux » des préférences déclarées par les agents des deux ensembles.

Remarque2 : il peut arriver que le mécanisme d'appariement laisse quelques célibataires. Cela se produit en majorité lorsque les cardinaux des ensembles sont disproportionnels.

2.2. Application de l'algorithme de Gale et Shapley (1962) au marché de l'assurance

Les notations suivantes sont utilisées tout au long de ce travail.

- C désigne l'ensemble fini²⁰ de compagnies d'assurance.
- D désignera l'ensemble fini de salariés demandeurs de couverture.
- $|C|$ et $|D|$ désignent respectivement le cardinal de C et cardinal de D .
- c_i est un élément de C où $i = \{1, 2, \dots, n\}$,
- d_j est un élément de D où $j = \{1, 2, \dots, m\}$
- $D \cup \{c_i\}$ représente l'ensemble composé des m salariés plus la compagnie c_i .
- $C \cup \{d_j\}$ représentera l'ensemble composé des n compagnies d'assurance plus le salarié d_j .
- $\beta(d_j)$ est la correspondance à d_j par le mécanisme β .

¹⁹ Soit $x \in X$, f une application / l'image $f(x)$ de x par $f \in X$ alors f est un endomorphisme de $X \times X$ et on note $:f : X \rightarrow X, x \rightarrow f(x)$ qui, à tout élément associe son partenaire. Il obéit à trois conditions minimales c'est-à-dire que si on trouve une règle violant au moins une des trois conditions, cette règle est considérée comme étant mauvaise car conduirait à une impossibilité de formation des sous-ensembles recherchés.

²⁰ Un ensemble sera dit fini si le nombre d'éléments qui y sont contenus constitue son cardinal.

- $\beta(c_i)$ est une correspondance à c_i par le mécanisme β .

Les définitions suivantes sont nécessaires à cette étude :

- Appelons R une relation permettant de comparer deux éléments d'un même ensemble. Sur C par exemple, lorsqu'on note $c_1 R c_2$ on lira intuitivement « c_1 est au moins aussi bon que²¹ c_2 ». Implicitement, nous supposons que R est réflexive, c'est-à-dire,
 - Si pour tout $c_i \in C$ on a : $c_i R c_i$, on dit que R est réflexive.
 - R Admet une composante asymétrique notée $P / c_1 P c_2$ se lira « c_1 est strictement préférée (ou est meilleur que) à c_2 »²².
- La composante symétrique de R , notée I est définie par $c_1 I c_2$ si $c_1 R c_2$ et $c_2 R c_1$. Il y a une indifférence entre c_1 et c_2
- Si pour tout couple (c_1, c_2) on a : $c_1 R c_2$ ou $c_2 R c_1$ alors R est complète c'est-à-dire qu'entre deux éléments (options) d'un ensemble, il existe toujours un classement possible. Pour une relation complète si $c_1 P c_2 \Rightarrow c_2 R c_1$ est impossible.
- Si pour tout $\{c_1, c_2, c_3\}$ on a : $c_1 R c_2$ et $c_2 R c_3 \Rightarrow c_1 R c_3$ alors R est transitive,
- On appelle « ordre linéaire²³ » tout classement qui n'admet pas d'ex aequo (d'indifférence) entre les options dans un ensemble. C'est une relation binaire de préférences strictes transitives et asymétrique. C'est-à-dire que $\forall c_1, c_2, c_3$ si $c_1 R c_2$ (ou $c_2 R c_1$) et $c_2 R c_3$ (ou $c_3 R c_2$) $\Rightarrow c_1 R c_3$ (ou $c_3 R c_1$).
- P_{c_i} est une relation d'ordre de préférence (stricte, transitive et complète) d'une compagnie c_i . Cette relation est définie sur les éléments de l'ensemble $D \cup \{c_i\}$,
- P_{d_j} est une relation d'ordre de préférence (stricte, transitive et complète) d'un salarié d_j . Cette relation est définie sur les éléments de l'ensemble $C \cup \{d_j\}$,
- β est le mécanisme qui affecte à chaque compagnie d'assurance, les salariés qui l'ont préférée et qui sont en même temps ceux qu'elle préfère,

²¹ Notons que toutes les définitions sont aussi valables pour l'ensemble D .

²² Une préférence stricte traduit une absence de réversibilité de la relation P contrairement à R c'est-à-dire que si $c_1 P c_2$ alors, on ne saurait avoir $c_2 P c_1$. On pourra également parler de préférence forte et on dira de la relation R qu'elle admet une symétrie traduisant une situation d'indifférence entre les options d'un ensemble.

²³ On peut aussi dire qu'un ordre linéaire est un préordre complet antisymétrique sachant que :

- Un préordre complet est une relation binaire réflexive et transitive pouvant produire des indifférences entre les options. Donnons un exemple. soient $c_1, c_2, c_3 \in C$. Trois classements possibles sont : $c_1 P c_3 P c_2$; $c_2 P c_3 I c_1$; $c_1 I c_2 I c_3$ où l'indifférence est traduite par I (le lecteur intéressé par les autres classements pourra consulter les travaux de Maurice Salles (2004) *Théorie du choix social : une introduction à quelques résultats fondamentaux*).

- Une antisymétrie est une relation binaire / $c_2 R c_3$ et $c_3 R c_2 \Rightarrow c_2 I c_3$

La Théorie des Jeux se propose d'étudier des situations où des individus, les *joueurs* sont appelés à prendre des décisions. Chacun de manière consciente, sait que son propre résultat d'un choix dépend aussi de celui de ses alter-égos. L'objectif de la théorie des jeux est donc de modéliser ces situations, de déterminer une stratégie optimale pour chacun des joueurs et prédire l'équilibre du jeu, puis de trouver comment aboutir à une situation optimale. C'est un ensemble de règles de prise des décisions interindividuelles, une étude mathématique des opérations stratégiques entre plusieurs agents rationnels²⁴. En général, on distingue les jeux non coopératifs des jeux coopératifs. La Théorie des Jeux coopératifs emprunte une démarche axiomatique qui, consiste en amont à émettre des hypothèses ou propriétés à priori logiques et surtout souhaitables sur les résultats des jeux. Dans notre travail nous utiliserons le modèle d'appariement de Gale et Shapley ou algorithme GS (1962) pour élaborer des contrats d'assurance collective.¹ Gale et Shapley ont construit un algorithme connu sous le nom d'« acceptation différée », qui se décline en deux versions, suivant que ce sont les hommes qui font des propositions aux femmes ou le contraire, et qui produit des couples « stables » au sens suivant : il n'existe pas un homme et une femme qui seraient plus heureux d'être mariés ensemble, plutôt que de rester chacun avec le conjoint qui leur a été attribué. Ce mécanisme garantit à la fois stabilité (propriété centrale dans l'analyse des appariements) et sincérité (absence de manipulation) pour les participants.

2.2.1. Modèle

- Soient $D = \{d_1, d_2, d_3, \dots, d_j, \dots, d_m\}$ et $C = \{c_1, c_2, c_3, \dots, c_i, \dots, c_n\} / |D| > |C|$
- Il est possible à plusieurs salariés de souscrire auprès d'une même compagnie.
- L'algorithme est réversible (il peut privilégier les compagnies comme il peut le faire pour les salariés). Est considéré comme privilégié dans l'algorithme, un élément qui fait des propositions (dans notre travail il s'agit des propositions de passage de contrat d'assurance).
- Chaque demandeur est caractérisé par une relation de préférence P_{d_j} et un ordre de préférences sera notée $c_1 \dots c_i \dots c_n$ où c_1 est le premier choix de d_j .

²⁴ Un agent sera considéré comme étant rationnel lorsque toute action qu'il pose est censée lui procurer une meilleure utilité dans le profit (augmenté) ou le coût (diminué) engendré par cette action.

$c_4 P_{d_j} c_2 P_{d_j} P_{d_j} c_3$ pour un salarié d_j signifie que : d_j préfère être assuré par la compagnie c_4 plutôt que par c_2 , assuré par c_2 plutôt que rester non assuré et ne pas s'assurer plutôt que souscrire chez c_3 et on matérialise ce classement²⁵ par $P_{d_j} = c_4 c_2 d_j c_3$.

- Chaque compagnie d'assurance est caractérisée par une relation de préférence P_{c_i} et un ordre de préférences sera notée $d_1 \dots d_j \dots d_m$ où d_1 est le premier choix de c_i .
- Un employeur souhaite disposer d'un important personnel²⁶ à condition que ceux-ci soient tous assurés²⁷. S'il existe parmi les salariés, un qui ne désire pas être assuré mais qui veut travailler, il lui suffirait simplement d'accepter l'affectation du planificateur auprès d'une compagnie qui voudrait bien de lui.
- Pour retenir un salarié, les compagnies établissent les critères de sélection qu'ils mettent à la disposition de ceux-ci. Un salarié dispose donc de toutes les informations sur les critères de sélection des compagnies d'assurances.

β est le mécanisme permettant de réaliser des affectations, il conduit à la création de différents accords entre un demandeur au moins et une compagnie donc, à un passage de plusieurs contrats.

Condition 1. $\forall d_j \in D ; \beta(d_j) \in C \cup \{d_j\}$

Le mécanisme devrait garantir le fait que chaque salarié ait souscrit à un contrat ou pas.

Condition 2. $\forall c_i \in C ; \beta(c_i) \in D \cup \{c_i\}$

Dès l'arrêt du mécanisme, chaque compagnie d'assurance devrait nécessairement se voir passer un contrat avec un salarié au moins ou aucun.

Condition 3. $\forall d_j \in D ; \beta \circ \beta(d_j) = d_j$

Cette condition exige une cohérence des contrats établis. Ce qui signifie que, pour un salarié, le contrat ne sera valide qu'au moment où les accords sur toutes les exigences possibles entre l'assureur et lui sont approuvés par des consentements réciproques.

²⁵ On dit aussi que d_j dispose de manière effective rien que des options c_4, c_2 , l'option de rester non assuré étant préféré à c_3 , cette dernière est rejetée car on dira d'elle, qu'elle est dominée par toutes les autres.

²⁶ En effet, un employeur a besoin d'un effectif considérable pour renchérir le rendement de son entreprise.

²⁷ Afin d'éviter des représailles judiciaires, l'employeur ne retient que les travailleurs assurés.

2.2.2. Application de l'algorithme GS

L'algorithme ici favorise les travailleurs. L'algorithme d'acceptation différée fonctionne de la manière suivante :

Étape 1. Chaque travailleur d_j demandeur de couverture est proposé à souscrire auprès d'une compagnie d'assurance c_i qu'il préfère entre toutes, selon la relation de préférence P_{d_j} . S'il reste sans contrat, il le reste définitivement. La procédure s'arrête pour lui car il perd son emploi. Chaque compagnie d'assurance choisit les salariés qu'elle préfère parmi les demandeurs qui lui sont proposés. Elle se réfère à leurs niveaux de risque gérables. Elles réduisent ainsi les charges supplémentaires pouvant être observées avec la présence d'individu(s) présentant un niveau de risque élevé par rapport au niveau moyen.

Étape 2, 3... Chaque travailleur qui s'est vu refuser un contrat à l'étape 1, fera objet de nouvelle proposition à une autre compagnie suivant ses ordres préférences ainsi de suite jusqu'à ce qu'il ait un contrat. Ce dernier restera non assuré s'il n'est préféré par aucune des compagnies. Il perd son emploi et le jeu est arrêté pour lui.

Stabilité : elle repose sur deux conditions :

Condition 4. Si chaque travailleur restant non assuré, a effectivement été rejeté par toutes les compagnies du fait de son niveau de risque présenté à ces dernières et si chaque compagnie restant sans salarié à assurer, a effectivement rejeté toutes les propositions qui lui auraient été faites, alors le mécanisme est individuellement rationnel. Tout contrat définitif passé entre un salarié au moins et une compagnie d'assurance mutuellement acceptables est traduit par les relations ci-après :

$$\beta(d_j)P_{d_j}d_j \text{ ou bien } \beta(d_j) = d_j \text{ et } \beta(c_i)P_{c_i}c_i \text{ ou bien } \beta(c_i) = c_i \forall i \in N$$

Condition 5. Un contrat $(d_1d_2 \dots d_j, c_i)$ bloque β si respectivement au moins un d_j et c_i préfèrent ensemble, rester chacun avec leur contrat au détriment de celui qui leur est proposé par le mécanisme²⁸.

$$d_jP_{c_i}\beta(c_i) \text{ et } c_iP_{d_j}\beta(d_j) \forall i = \{1,2, \dots, n\} \text{ et } \forall j = \{1,2, \dots, m\}$$

²⁸ C'est par exemple le cas où un travailleur dispose déjà d'un contrat avec une des compagnies qui lui sont proposés et, ne trouve aucun intérêt à la changer (les assurances familiales) ou à disposer de deux assureurs. Un assureur peut lui aussi avoir intérêt à ne pas se séparer d'un client si celui-ci est par exemple bon payeur.

2.2.3. Structure des contrats : stabilité, optimalité et manipulabilité

De tout ce qui précède, l'on peut déduire facilement à partir des préférences exprimées, les préférences sur les différents contrats proposés. Un salarié préférera souscrire à c_1 qu'à c_2 car il sera plus apte au contrat β que β' . L'algorithme montre que pour ceux qui font des propositions, leurs contrats correspondent à des éléments maximaux mais qui ne sont que faiblement Pareto-optimaux. La possibilité d'obtention de contrats définitifs dans lesquels certains travailleurs peuvent être inclus sans pourtant avoir classé première cette compagnie, peut conduire relativement à des regrets.

- Manipulation stratégique :

Le planificateur ici est l'entrepreneur. Il met en place un mécanisme contractuel qui consiste à soutenir un contrat sur la base des préférences révélées par les travailleurs. Le mécanisme est stable pour tout profil de préférences. Il est non manipulable par les deux types de joueurs. Les joueurs ont donc intérêt à être sincère vis-à-vis du planificateur. En considérant le jeu stratégique²⁹ suivant : l'ensemble des joueurs $\cup C$, les préférences déclarées sont les stratégies de chacun des joueurs. L'issue du jeu pour chaque salarié est la compagnie choisie et pour chaque compagnie le(s) travailleur(s) ayant souscrit et déterminé(s) par le mécanisme à partir des préférences révélées par ces derniers. C'est un résultat satisfaisant qu'on obtient mais, les possibilités qu'ont les joueurs de former des coalitions leur permettant de modifier leurs préférences et améliorer le résultat rendent le mécanisme bien meilleur.

Exemple (auteur) : préférences des assurés et des assureurs

Nous construisons l'exemple suivant dans lequel le nombre de travailleurs est deux fois plus grand que celui des compagnies d'assurances. Dans cette simulation assez simplifiée, nous avons $|C|=3$ (le nombre de compagnies retenu par le planificateur) et $|D|=6$. A la base, l'ensemble des compagnies d'assurance spécialisées dans une branche (dans notre travail il s'agit de celles chargées de la couverture des accidents du travail) sont proposées aux choix des travailleurs. Après un sondage sur les effectifs issus de chaque premier choix d'un salarié pour chacune des compagnies, l'employeur retient uniquement celles qui ont un effectif ≥ 20 car, notons-le, la convention en assurance fixe une souscription en groupe possible si et seulement si ce groupe est composé de 20 personnes au moins. Il se chargera ensuite d'introduire selon leurs deuxièmes choix, les travailleurs dont les préférences premières auront été rejetées. Ceci se poursuit jusqu'à ce que l'insertion soit complète. Les préférences des individus constituent des préordres complets antisymétriques (ordres

²⁹ Jeu durant lequel un joueur adopte un certain nombre de comportements (des stratégies) à chaque niveau et chaque fois qu'il est appelé à jouer pour s'assurer une meilleure utilité à la fin et ce, au détriment de toutes les actions des autres joueurs.

linéaires). Supposons que les compagnies aient défini le niveau de risque moyen par rapport au salarié classé troisième selon leurs ordres de préférences c'est-à-dire, qu'elles acceptent assurer au plus les trois premiers salariés suivant leurs classements. Cet exemple se rapproche de la situation de l'admission dans les universités. Mais, en plus de prendre en compte la capacité d'accueil de chaque compagnie d'assurance, l'on tient également compte de la qualité de chaque individu (du type de travailleurs). Par ailleurs, d'après les travaux de [Kojima et Pathak \(2009\)](#), le problème du risque de la non sincérité des agents tend à se résoudre ici avec les tailles des marchés de l'emploi et de l'assurance.

Soit $D = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ avec $|D| = 6$ et $C = \{1, 2, 3\}$

P_{d_1}	P_{d_2}	P_{d_3}	P_{d_4}	P_{d_5}	P_{d_6}	P_{c_1}	P_{c_2}	P_{c_3}
c_2	c_1	c_1	c_3	d_5	c_2	d_1	d_2	d_3
c_1	c_3	c_3	d_4	c_1	c_1	d_2	d_4	d_1
d_1	c_2	d_3	c_2	c_2	c_3	d_3	d_6	d_5
c_3	d_2	c_2	c_1	c_3	d_6	d_4	d_1	d_4
						d_5	d_5	d_2
						d_6	d_3	d_6

Source : Auteur

L'algorithme proposé pour le problème du choix d'une compagnie d'assurance se déroule comme suit :

Étape 1 : pendant que d_1 et d_6 font des propositions à c_2 , c_3 ne reçoit que la proposition de d_4 tandis d_5 ne désire pas souscrire. Pour ce dernier, la procédure s'arrête car il demeure sans contrat et il perd son emploi. Les salariés d_2 et d_3 font des propositions à c_1 , c_1 a classé d_2 devant d_3 donc d_3 est rejeté et c_1 temporairement liée à d_2 . c_3 rejette d_4 car il a un niveau de risque supérieur à la moyenne, d_1 est rejeté et d_6 temporairement lié à c_2 .

Étape 2 : d_1 qui est refusé à la première étape, fait une proposition à son second choix c_1 . c_1 a à présent le choix entre d_1 et d_2 ; comme elle classe d_2 derrière, c_1 est temporairement liée à d_1 et donc rejette d_2 . De même, d_3 fait une proposition à c_3 , comme il est le seul à lui faire une proposition et qu'il a un niveau du risque faible, ils se lient temporairement. d_4 s'auto préfère, donc il perd son emploi.

Étape 3 : Rejeté à la deuxième étape, d_2 fait une proposition à c_3 son deuxième choix. Celle-ci le refuse et préfère passer le contrat temporaire avec d_3 .

Etape 4 : d_2 refusé pour une seconde fois fait une proposition à c_2 sa préférence suivante et, la soumet au choix entre lui et d_6 . c_2 positionne d_2 devant d_6 donc, choisit d_2 et est temporairement liée à lui. d_6 Est rejeté.

Etape 5 : d_6 rejeté plus haut fait une proposition à c_1 qui le rejette car jugé beaucoup trop risqué pour elle par rapport à d_1

Etape 6 : d_6 rejeté par c_1 , fait une proposition à c_3 son troisième choix ; il est refusé.

Etape 7 : d_6 reste sans contrat donc perd son emploi car la procédure s'est arrêtée pour lui.

3. Résultats

Les résultats obtenus sont β_1 et β_2 . L'appariement β_3 quant à lui, est obtenu après l'introduction des conditions supplémentaires mentionnées plus bas.

Proposition 1. Les appariements β_1 et β_2 sont optimaux et non stable pour les compagnies d'assurance mais ne le sont ni pour les salariés ni pour l'entreprise. β_1 et β_2 sont tels que:

$$\beta_1 = \{(d_1, c_1)(d_2, c_2)(d_3, c_3), d_4, d_5, d_6\}$$

$$\beta_2 = \{(c_1, d_2)(c_2, d_6), c_3, d_1, d_3, d_4, d_5\}$$

Preuve. En appliquant l'algorithme G&S dans le marché des assurances et à partir des préférences exprimées ci-dessus l'on peut voir que, β_1 est obtenu lorsque l'algorithme GS privilégie les salariés. Cet appariement montre que trois travailleurs d_4, d_5 et d_6 perdraient leur emploi dès l'arrêt du mécanisme. L'entreprise devrait à la fin du mécanisme, se séparer de la moitié de ses employés car ils n'ont adhéré à aucun contrat. Cette situation n'est pas favorable à l'entreprise. La perte en main d'œuvre abondante aura un impact sur sa compétitivité dans le marché. Le fait marquant est que les travailleurs d_4 et d_6 sont tous les deux restés non assurés alors qu'ils disposaient encore des possibilités d'appariement. De même, on constate que β_2 est obtenu lorsque l'algorithme privilégie les assureurs, cet appariement montre que quatre travailleurs perdraient leur emploi respectif et une compagnie ne réaliserait aucun contrat. Cependant les salariés d_1, d_3 et d_4 ont la possibilité de garder le leur. Ils présentent respectivement un niveau du risque acceptable pour c_1 et c_3 ; c_3 et c_1 en fin pour c_2 qui souhaite d'ailleurs disposer du maximum de souscripteurs possible. Pour ces raisons, β_2 lui aussi n'est pas souhaitable. Par ailleurs, lorsqu'il privilégie les compagnies, le mécanisme est assez rigide. En effet, dans ce cas de figure, chacune des compagnies d'assurance ne peut contracter qu'avec un salarié au plus. Lorsque ce sont les compagnies d'assurance qui font des propositions, cela limite la capacité d'appariement de l'algorithme. En définitive :

- Les appariements β_1 et β_2 ne sont pas stables car ils ne satisfont pas à la condition 4.

- β_1 et β_2 sont optimaux aux compagnies d'assurance mais ne le sont ni pour les salariés ni pour l'entreprise.

Implications

- Lorsque les contraintes sur un type d'agents au moins, deviennent de plus en plus nombreuses, l'algorithme GS ne donne plus des appariements stables.
- Il est nécessaire d'introduire des conditions supplémentaires au mécanisme pour de nouveau les rendre stables.

Proposition 2. L'appariement β_3 est optimal et stable à toutes les parties. Cependant β_3 est manipulable. Ce résultat confirme les travaux précédents, notamment ceux de [Kesten, \(2010\)](#). β_3 est tel que :

$$\beta_3 = \{(d_1, c_1)(d_2d_4d_6, c_2)(d_3, c_3), d_5\}$$

Preuve. (Voir les différentes étapes ci-dessus, d'applications de l'algorithme G&S dans le marché des assurances). A cet effet, l'on peut voir que l'appariement β_3 est celui obtenu en supposant que d_4 et d_6 qui sont sans contrat dans les appariements β_1 aient la possibilité dans une étape ultérieure à l'étape 7 (avant l'arrêt du mécanisme), de faire à nouveau leurs propositions à c_2 . Dans ce cas, c_2 qui est rationnelle, a tout à gagner en les acceptant. De leur côté, d_4 et d_6 qui souhaitent travailler, n'ont pas d'intérêt à louper cette opportunité qui s'offre à eux et qui leur permet de garder leur emploi respectif.

- L'appariement β_3 est stable et simultanément optimal à toutes les parties. Il reste cependant manipulable ce qui confirme le résultat de [Kesten \(2010\)](#).

Lorsque les contraintes se multiplient sur un type d'agents au moins, pour permettre à l'algorithme GS de produire des appariements stables, il est nécessaire d'introduire au moins l'une des deux conditions ci-après :

- ✓ L'arrêt du mécanisme devrait trouver que tout agent privilégié ait fait une proposition à tous ceux qui lui offre une grande chance d'appariement. (Dans notre exemple, pour un travailleur, il s'agit des assureurs qui ne le classe pas à partir du quatrième rang dans l'ordre des préférences)
- ✓ Le mécanisme, avant qu'il ne s'arrête, devrait offrir une seconde chance à tout agent privilégié en situation critique. Ceci voudrait dire que l'agent privilégié, avant l'arrêt du mécanisme, a la possibilité de repérer parmi ses propositions antérieures, celles qui sont désormais aptes à l'avoir comme partenaire. IL s'agit d'une situation d'un agent privilégié qui tend à l'auto préférence.

Conclusion

Cet article essaie de répondre aux préoccupations posées par Roth et ses collaborateurs aux économistes. Les résultats mettent en exergue des situations et des possibilités en assurance d'entreprise qui jusqu'aujourd'hui n'étaient pas encore envisagées. Nous avons montré que l'on peut renforcer le processus de souscription dans les contrats en assurance collective en introduisant des contraintes supplémentaires sur les assurés. Il a été question de rapprocher l'assurance de groupe à l'assurance individuelle en privilégiant les préférences individuelles des assurés. Malgré la réduction du pouvoir d'appariement, le mécanisme de Gale et Shapley utilisé montre que lorsque le privilège est accordé aux assureurs, la taille du marché en assurance de groupe est un atout de renforcement du processus de souscription au contrat collectif. La multiplication des contraintes sur les types d'agents conduit dans l'algorithme GS, à des appariements instables. Des conditions supplémentaires sur les assurés ont été introduites dans la modélisation pour retrouver la stabilité des appariements. L'article montre que dans le marché de l'assurance de groupe, l'algorithme GS doit uniquement privilégier les assurés pour produire des appariements communément plus optimaux aux différentes parties.

Bien que n'ayant pas couvert le grand ensemble des travaux contribuant à l'amélioration de la théorie d'appariement, ce travail reste assez expressif et apostropheur dans la mesure où il offre désormais aux assureurs et entrepreneurs, la possibilité d'avoir un regard nouveau sur le mécanisme de souscription aux contrats collectifs. Il permet au conseil administratif de définir une meilleure politique de gestion des contrats d'assurances et de mieux orienter les stratégies politiques sur les questions référentes à la gestion de la ressource humaine. Faire comprendre que la meilleure garantie sécuritaire des travailleurs repose sur leurs ordres préférentiels, favorise une meilleure transparence dans la définition des politiques managériales dans les organisations. Dans une certaine mesure, le mécanisme d'appariement en assurance collective renforce aussi la pratique de réassurance. Il réduit la probabilité de défaillance occurrente et les charges des assureurs et réassureurs. Il reste néanmoins remarquable qu'une telle définition des contrats est assez difficile vu le contexte, la complexité et la réalité du marché contemporain de l'assurance. Le travail, qui est celui de repenser la souscription en assurance de groupe ne cessera de faire de grandes avancées. Avec l'apparition de l'intelligence artificielle, cela ouvre des perspectives prometteuses pour la gestion des risques d'assurance avec la possibilité de gérer un volume importants de données sur les risques à assurer. Nous avons voulu jeter des bases quant au renouvellement de la pensée sur la gestion des risques en général. Il n'en demeure pas moins que des travaux ultérieurs affineront les résultats trouvés dans ce travail.

BIBLIOGRAPHIE

- Abdulkadiroğlu, A., & Sönmez, T. (2003). School Choice : A Mechanism design Approach. *American Economic Review*, 93(3), 729-747.
- Al-Ibrahim, M., Roth, H.-K., Zhokhavets, U., Gobsch, G., & Sensfuss, S. (2005). Flexible large Area Polymer Solar Cells based on Poly (3-hexylthiophene)/fullerene. *Solar energy materials and solar cells*, 85(1), 13-20.
- Bourlès, R. (2018). Économie du risque et de l'assurance Partie Assurance. Cours dispensé aux troisième année, Ecole Centrale Marseille, 1-47.
- Chiappori, R-A. (2012). Modèles d'Appariement en Economie. Quelques Avancées récentes. *Revue Economique*, 63(3), 437-452.
- Chiappori, R-A., Browning, M & Weiss, Y. (2012), *Family Economics*. Cambridge (UK), Cambridge University Press.
- Chiappori, R-A. (1992). Collective Labor Supply and Welfare. *Journal of Political Economy*, 100(3), 437-467.
- Chiappori, R-A. (1988). Rational Household Labor Supply. *Econometrica*, 56(1), 63-90.
- Cox, J. C., & Ross, S. A. (1976). A Survey of some New Results in Financial Option Pricing Theory. *The Journal of Finance*, 31(2), 383-402.
- Delettre, C. (2006). Optimisation et Tarification des Mécanismes des Plans Internationaux en Assurance Collective. Mémoire, Paris, 1-53.
- Dionne., G. (2013). Risk Management : History, Definition, and Critique. *Risk Management and Insurance Review*, 16(2), 147-166.
- Dubins, L.E. & Freedman, D.A. (1981). Machiavelli and the Gale-Shapley algorithm. *American Mathematical Monthly*, 88, 485-494.
- Dumont, J.-P. (2011). Gestion des Risques des Compagnies d'Assurance : Une Revue de la Littérature Récente. *Assurances et Gestion des Risques*, 79(1-2), 43-81.
- Ehlers., L. (2008). Truncation Strategies in Matching Markets. *Mathematics of Operations Research*, 33(2), 327-335.
- Mossin, J. (1968). Aspects of Rational Insurance Purchasing. *Journal of Political Economy*, 76, 553-568.
- Nelli., H.O. (1972). The Earliest Insurance Contract : A New Discovery. *The Journal of Risk and Insurance*, 39(2), 215-220.
- Forges, F., Haeringer, G. & Jehlé, V. (2013), *Appariement des Modèles de Lloyd Shapley à la Conception des Marchés d'Alvin Roth*. Paris, Edition Dalloz, 1-44.

- Gale, D. & Shapley, L. S. (1962). College Admissions and the Stability of Marriage. *The American Mathematical Monthly*, 69(1), 9-15.
- Kesten, O. (2010). School Choice with Consent. *The Quarterly Journal of Economics*, 125(3), 1297-1348.
- Kojima, F., & Pathak, P. A. (2009). Incentives and Stability in Large two-sided Matching Markets. *American Economic Review*, 99(3), 608-627.
- Kron., G. (2019). Vers une Révolution des Assurances ? *Constructif*, 3(54), 24-77.
- Pierandrei, L. (2015), *Gestion des Risques en Entreprise, banque et assurance*. Paris, Edition Dunod.
- Pinhas, M. (1981). Deux Etudes de Théorie Mathématique des Assurances. *Revue de statistique appliquée*, 29(2), 43-48.
- Poncet, P., & Portait, R. (2009). *La Théorie Moderne du Portefeuille : Théorie et Applications*. STDI Frame Maker 4986_. book, 795.
- Pozzana, T. (2015), *Gestion du risque & Assurance d'entreprise*. Ed. FONCSI, France.
- Reason, J. (2013), *L'erreur humaine*. Presses des MINES.
- Roth, A. E. (1982). The Economics of Matching : Stability and Incentives. *Mathematics of operations research*, 7(4), 617-628.
- Roth, A. E. & Rothblum, U.G. (1999). Truncation Strategies in Matching Markets-in search of Advice for Participants. *Econometrica*, 67(1), 21-44.
- Rothschild, M., & Stiglitz, J. (1976). Equilibrium in Competitive Insurance Markets : An Essay on the Economics of Imperfect Information. *Quarterly Journal of Economics*, 90(4), 629-647.
- Salles, M. (2004). *La théorie du choix social : Une introduction à quelques résultats fondamentaux* [online]. London: LSE Research Online. Available.
- Sharpe, L. J. (1962). Elected Representatives in Local Government. *The British Journal of Sociology*, 13(3), 189-209.
- World Economic Forum. (2019). *The Global Risk Report*. Geneva. www.weforum.org/reports/the-global-risk-report-2019